



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 5 martie 2016
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ȘTIINȚE ALE NATURII
SUBIECTE - clasa a IX-a

1. a) Demonstrați că $x^2 + 3xy + 4y^2 \geq 0$, oricar ar fi $x, y \in \mathbb{R}$;
b) Rezolvați ecuația $\left[\frac{x}{3} \right] = x - 2$.
2. a) Demonstrați că numărul $A = 2016^n - 1$ se divide cu 2015, $(\forall)n \in \mathbb{N}$;
b) Mulțimea $A = \{a, b, c\} \subset \mathbb{N}^*$ se numește „aritmetică” dacă unul dintre elementele ei este media aritmetică a celorlalte două. Considerăm mulțimea $M = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$. Determinați numărul de submulțimi „aritmice” ale mulțimii M .
3. Asupra unui punct material acționează două forțe \vec{F}_1 și \vec{F}_2 , având modulele $2N$, respectiv $2\sqrt{3}N$. Știind că modulul forței rezultante $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ este $4N$, determinați măsura unghiului dintre forțele $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ și $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$.
4. Se consideră triunghiul ABC cu măsura unghiului A egală cu 90° și măsura unghiului C egală cu 30° . Fie $D \in (BC)$ și $P \in (AB)$, astfel încât $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{3}$, $\frac{AP}{PB} = \frac{3}{2}$, iar E este piciorul bisectoarei din B . Demonstrați că dreptele CP , AD și BE sunt concurente.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare problemă se notează cu 7 puncte.