CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 24 februarie 2017
PROFIL TEHNIC ŞI SERVICII, RESURSE NATURALE, PROTECŢIA MEDIULUI
SUBIECTE - clasa a IX-a

1. Determinați mulțimile:

a) $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \middle| x = \frac{4n+1}{2n-1}, n \in \mathbb{Z}\right\}$;

b) $B = \{x \in \mathbb{R} |\ [2x+1] = -3\}$;

c) $C = \{x \in \mathbb{Z} |\ |-3x-2| = 4\}$.

2. Arătați că:

a) $1^3 + 3^3 + 5^3 + \cdots + (2n-1)^3 = n^2(2n^2-1)$, $n \in \mathbb{N}^*$;

b) dacă $n \geq 5$, atunci $2^n > n^2$.

3. Considerăm dreptunghiul *ABCD* și punctele *E*, *F* și *M*, astfel încât $\overrightarrow{EB} = 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AD}$ și $\overrightarrow{MD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. Dacă *N* este mijlocul lui (*EF*), arătați că punctele *M*, *A*, *N* sunt coliniare.

4. Fie ΔABC și punctele *D* și *E*, astfel încât $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{CE}$.

a) Scrieți vectorul $\overrightarrow{DE}$ în funcție de vectorii $\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{AC}$;

b) Fie $F \in AB$, astfel încât $FC \parallel DE$. Aflați $\overrightarrow{FB}$ în funcție de $\overrightarrow{AB}$.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore.

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 24 februarie 2016
PROFIL TEHNIC ŞI SERVICII, RESURSE NATURALE, PROTECŢIA MEDIULUI
SUBIECTE - clasa a X-a

1. a) Calculați $\sqrt[3]{\frac{4\cdot\sqrt[4]{27}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{2}}}\cdot\frac{\sqrt[9]{16}}{3\cdot\sqrt[12]{3}}$;

b) Arătați că numărul $a=\sqrt{17+12\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{6+4\sqrt{2}}$ este rațional.

2. a) Calculați : $lg\frac{1}{2}+lg\frac{2}{3}+\cdots+lg\frac{9}{10}$;

b) Exprimați numărul $N=log_3\sqrt[5]{72}$ în funcție de numărul $a=log_2 3$.

3. a) Arătați că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-3x+2$ este bijectivă și determinați inversa ei.

b) Determinați parametrul real *m* pentru care funcția următoare este bijectivă:

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}-x+1, & x\le 1\\ -2x+m, & x>1\end{cases}$.

4. Rezolvați în mulțimea numerelor complexe ecuațiile:

a) $x^2+2x+2=0$;

b) $z^2+(2-i)z-2i=0$.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore.

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 24 februarie 2017
PROFIL TEHNIC ŞI SERVICII, RESURSE NATURALE, PROTECŢIA MEDIULUI
SUBIECTE - clasa a XI-a

1. Determinați A^n, $n \in \mathbb{N}^*$, pentru $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Rezolvați ecuațiile:

a) $\begin{vmatrix} 3^x & x \\ 1 & 2^x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2^x & -1 \\ -x & 18^x \end{vmatrix}$;

b) $\begin{vmatrix} 1 & x-1 & 1 \\ -1 & 2-x & 0 \\ -2 & 3+x & -1 \end{vmatrix} = 0$;

3. Calculați limitele:

a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3^x - 5^x}{x}$;

b) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{ln(x^2+6x-6)}{x-1}$;

c) $\lim\limits_{x \to 0} x^2 \left(\left[\frac{1}{x^2} \right] + \left[\frac{2}{x^2} \right] + \left[\frac{3}{x^2} \right] \right)$.

4. Determinați constantele reale a și b pentru care funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$f(x) = \begin{cases} ax + b, & x \le 2 \\ \log_2 x, & x \in (2,4) \\ ax^2 + bx + 6, & x \ge 4 \end{cases}$ are limită în punctele $x_1 = 2$ şi $x_2 = 4$.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore.