

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 24 februarie 2017
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL UMAN - FILOLOGIE, ȘTIINȚE SOCIALE
SUBIECTE - clasa a IX-a

1. Determinați mulțimile:

a) $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{4n+1}{2n-1}, n \in \mathbb{Z}\right\};$

b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid [2x + 1] = -3\};$

c) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid |-3x - 2| = 4\}.$

2. a) Fie predicatul " $p(x, y): |x| + 2y \leq 5$ ", $x, y \in \mathbb{R}$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor $p(-3, 1)$ și $q(-5, 4)$.

b) Fiind date propozițiile p și q , folosind tabelele de adevăr, verificați dacă $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.

3. Un copil a scris un șir de numere, astfel încât fiecare număr, începând cu al treilea să fie suma celor două numere precedente. Al patrulea număr din șir este 6 și al șaselea număr este 15. Care este al șaptelea număr?

4. Considerăm dreptunghiul $ABCD$ și punctele E, F și M , astfel încât $\overrightarrow{EB} = 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AD}$ și $\overrightarrow{MD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. Dacă N este mijlocul lui (EF) , arătați că punctele M, A, N sunt coliniare.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore.

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 24 februarie 2017
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL UMAN - FILOLOGIE, ȘTIINȚE SOCIALE
SUBIECTE - clasa a X-a

1. Se dau mulțimile: $A = \{(a, a, a) | a \in \mathbb{Z}\}$; $B = \{(a, b, c) | a + 2b - 3c = 0, a, b, c \in \mathbb{Z}\}$; $C = \{(a, b, c) | a + 3b - 4c = 0, a, b, c \in \mathbb{Z}\}$. Demonstrați că $A = B \cap C$.
2. Se consideră numărul real $x = \frac{a+2}{2a+1}$, unde $a = \log_3 2$. Demonstrați că: $a \in (0, 1)$ și $x \in (1, 2)$.
3. Un automobil se deplasează cu viteza de 90 km/h la vale, cu 72 km/h pe loc drept și cu 60 km/h la deal. În aceste condiții automobilul a parcurs distanța de la orașul A la orașul B în 5 ore, iar distanța de la orașul B la orașul A în 4 ore. Aflați distanța dintre A și B.
4. Fie funcția $f: A \rightarrow A$ injectivă, unde $A = \{1, 2, \dots, 100\}$.
 - a) Demonstrați că funcția f este surjectivă.
 - b) Determinați funcția f știind că $\frac{f(1)}{100} = \frac{f(2)}{99} = \dots = \frac{f(100)}{1}$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore.

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"**

Etapa locală, 24 februarie 2017

**FILIERA TEORETICĂ - PROFIL UMAN - FILOLOGIE, ȘTIINȚE SOCIALE
BAREM - clasa a X-a**

1. Dem. că $A \subseteq B \cap C$
 $(\forall)(a, a, a) \in A \Rightarrow (a, a, a) \in B$ și $(a, a, a) \in C$, adică $A \subseteq B$ și $A \subseteq C$
 $\Rightarrow A \subseteq B \cap C$...2p
Dem. că $B \cap C \subseteq A$
Fie $(a, b, c) \in B \cap C \Rightarrow a + 2b - 3c = 0$ și $a + 3b - 4c = 0 \Rightarrow b = c$
 $\Rightarrow (a, b, c) = (a, a, a) \in A \Rightarrow B \cap C \subseteq A$...4p
 $\Rightarrow B \cap C = A$...1p
2. $3^0 < 2 < 3^1$...1p
 $0 < \log_3 2 < 1$...1p
 $a \in (0, 1)$...1p
 $x = \frac{\log_3 2 + 2}{2 \log_3 2 + 1}$...1p
 $x = \log_{12} 18$...2p
 $x \in (1, 2)$...1p
Obs: dacă dem. direct $1 < \frac{a+2}{2a+1} < 2$ pt. $a \in (0, 1)$ se acordă 4p
3. Dacă x, y, z sunt distanțele în km parcurse de automobil la vale, pe loc drept și la deal de la A la B ...1p
Atunci x, y, z sunt distanțele în km parcurse de automobil la deal, pe loc drept și la vale de la B la A ...1p
 $5 = \frac{x}{90} + \frac{y}{72} + \frac{z}{60}$...2p
 $5 = \frac{x}{60} + \frac{y}{72} + \frac{z}{90}$...2p
 $9 = \frac{x+y+z}{36}$, $x + y + z = 324$ km ...1p
4. a) Funcția f injectivă $\Rightarrow f(1), f(2), \dots, f(99), f(100)$ sunt distincte două câte două ...1p
 $\{f(1), f(2), \dots, f(99), f(100)\} = \{1, 2, \dots, 100\}$...1p
Funcția f este surjectivă ...1p
b) $\frac{f(1)}{100} = \frac{f(2)}{99} = \dots = \frac{f(100)}{1} = \frac{f(1)+f(2)+\dots+f(100)}{1+2+\dots+100} = 1$...2p
 $f(1) = 100, f(2) = 99, \dots, f(100) = 1$...1p
 $f(x) = 101 - x, \forall x \in A$...1p

Notă:

Nu se acordă punct din oficiu sau fracțiuni de punct.

Orice soluție corectă diferită de cea din barem se notează cu punctaj maxim.